

# ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ ГАЗОГИДРАТ \*

А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, 625026, а/я 1507, Тюмень, Россия

## Аннотация

Предложена система уравнений движения пористой среды, содержащей газовый гидрат. В данной модели гидрат рассматривается как отдельная фаза, со своей скоростью и напряжением. Скелет пористой среды считается двухфазным, состоящим из контактирующих между собой зерен двух материалов с различными свойствами, т.е. в скелете различаются зерна горной породы и зерна газогидрата. В такой пористой среде выделяются три фазы: скелет, гидрат и флюид. Вводится эффективное напряжение в скелете такой трехфазной пористой среды. Получено уравнение состояния упругого двухфазного скелета, представляющее собой зависимость между эффективным напряжением, деформациями скелета и гидрата и давлением во флюиде. Численно исследован процесс распространения волн в пористой среде, содержащей гидрат. Также численно изучено прохождение и отражение волн на границах между флюидом и содержащей гидрат пористой средой, между обычной и содержащей гидрат пористой средой. Данная система уравнений позволяет исследовать волновые процессы в гидратосодержащих пористых средах в отсутствие фазовых переходов, что является актуальной задачей при обнаружении гидратосодержащих пластов.

Рассмотрим пористую среду, частично заполненную гидратом. Будем считать, что оставшееся пространство в порах занято флюидом – жидкостью

---

\*Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-834.2012.1)

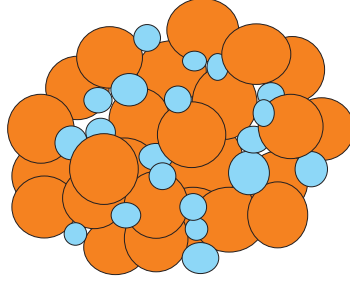


Рис. 1:

либо газом. Согласно данным экспериментальных исследований образования газогидратов в пористой среде [1], зародыши гидрата образуются не на контактах зерен, а в поровом пространстве вне контактов между зернами. Далее, по мере роста, зерна гидрата становятся сравнимыми по размеру с зернами скелета, и гидрат может заполнить значительную часть порового пространства. Поэтому будем считать, что скелет такой пористой среды является двухфазным, состоит из контактирующих между собой зерен двух материалов с различными свойствами, т.е. будем различать в скелете зерна горной породы и зерна газогидрата (Рис.1). Таким образом, будем рассматривать пористую среду как трехфазную, параметры фаз пометим индексами  $s$  (skeleton),  $h$  (hydrate),  $f$  (fluid). Каждая фаза характеризуется своей скоростью и напряжением.

В работе приняты обычные при исследовании пористых сред допущения, и использованы обозначения монографий [2, 3].

Вводится эффективное напряжение  $\sigma_{ef}$  в скелете такой трехфазной пористой среды, при этом для полного напряжения  $\sigma$  остается справедливым равенство  $\sigma^{kl} = \sigma_{ef}^{kl} - \delta^{kl}p_f$ , где  $p$  - давление,  $\delta$  - символ Кронекера.

В случае отсутствия фазовых переходов уравнения сохранения масс и импульсов фаз имеют вид:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla^l(\rho_f v_f^l) = 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^l(\rho_s v_s^l) = 0, \quad \frac{\partial \rho_h}{\partial t} + \nabla^l(\rho_h v_h^l) = 0$$

$$\rho_f \frac{d_f v_f^k}{dt} = -\alpha_f \nabla^k p_f - F_{sf}^k - F_{hf}^k$$

$$\rho_s \frac{d_s v_s^k}{dt} = -\alpha_s \nabla^k p_f + \frac{\alpha_s}{\alpha_s + \alpha_h} \nabla^l \sigma_{ef}^{lk} + F_{sf}^k$$

$$\rho_h \frac{d_h v_h^k}{dt} = -\alpha_h \nabla^k p_f + \frac{\alpha_h}{\alpha_s + \alpha_h} \nabla^l \sigma_{ef}^{lk} + F_{hf}^k,$$

где  $\rho_i$ ,  $v_i$ ,  $\alpha_i$  - приведенная плотность, скорость, объемное содержание  $i$ -той фазы.

Здесь полагается, что распределение импульса между  $s$ - и  $h$ - составляющими скелета, обусловленное эффективным напряжением, происходит пропорционально их объемным долям в скелете  $\frac{\alpha_s}{\alpha_s + \alpha_h}$  и  $\frac{\alpha_h}{\alpha_s + \alpha_h}$ . Кроме этого, обмен импульсом между фазами происходит вследствие межфазного взаимодействия, которое учитывается введением межфазных сил. Будем считать, что выражения для этих сил имеют такой же вид, как и для флюидонасыщенной пористой среды [2, 3].

$$F_{sf} = F_{sm} + F_{s\mu}, \quad F_{hf} = F_{hm} + F_{h\mu}$$

$$F_{sm} = \frac{1}{2} \eta_{sm} \alpha_s \alpha_f \rho_{f0}^{\circ} \left( \frac{d_f v_f}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right), \quad F_{s\mu} = \eta_{s\mu} \alpha_s \alpha_f \mu_f a_{s*}^{-2} (v_f - v_s)$$

$$F_{hm} = \frac{1}{2} \eta_{hm} \alpha_h \alpha_f \rho_{f0}^{\circ} \left( \frac{d_f v_f}{dt} - \frac{d_h v_h}{dt} \right), \quad F_{h\mu} = \eta_{h\mu} \alpha_h \alpha_f \mu_f a_{h*}^{-2} (v_f - v_h),$$

где  $\rho_{i0}^{\circ}$  - истинная плотность,  $a_{i*}$  - характерный размер зерен  $i$ -той фазы,  $\mu_f$  - вязкость флюида,  $\eta_{im}$  и  $\eta_{i\mu}$  - безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды.

Получено уравнение состояния упругого скелета в виде

$$\sigma_{ef}^{kl} = \sigma_{ef,s}^{kl} + \sigma_{ef,h}^{kl}$$

$$\sigma_{ef,s}^{kl} = \alpha_s (\lambda_{ef,s} \delta^{kl} \epsilon_s^{mm} + 2\mu_{ef,s} \epsilon_s^{kl} + \nu_{ef,s} \delta^{kl} p_f), \quad \nu_{ef,s} = \frac{\lambda_{ef,s} + 2/3\mu_{ef,s}}{\lambda_s + 2/3\mu_s}$$

$$\sigma_{ef,h}^{kl} = \alpha_h (\lambda_{ef,h} \delta^{kl} \epsilon_h^{mm} + 2\mu_{ef,h} \epsilon_h^{kl} + \nu_{ef,h} \delta^{kl} p_f), \quad \nu_{ef,h} = \frac{\lambda_{ef,h} + 2/3\mu_{ef,h}}{\lambda_h + 2/3\mu_h}$$

$$\frac{d_s \epsilon_s^{kl}}{dt} = \frac{1}{2} (\nabla^k v_s^l + \nabla^l v_s^k), \quad \frac{d_h \epsilon_h^{kl}}{dt} = \frac{1}{2} (\nabla^k v_h^l + \nabla^l v_h^k),$$

где  $\lambda_{ef,s}$ ,  $\mu_{ef,s}$ ,  $\lambda_{ef,h}$ ,  $\mu_{ef,h}$  - модули упругости скелета и гидрата,  $\epsilon_i$  - деформации  $i$ -той фазы.

Для каждой из фаз примем линейное уравнение состояния в акустическом приближении:

$$p_j - p_{j0} = K_j(\rho_j^\circ - \rho_{j0}^\circ)/\rho_{j0}, \quad \rho_j = \alpha_j \rho_j^\circ, \quad j = f, s, h, \quad \alpha_f + \alpha_s + \alpha_h = 1,$$

где нижний индекс 0 означает невозмущенное значение величины,  $K_j$  - объемные модули упругости для материала  $j$ -той фазы.

Для замыкания системы уравнений используем соотношения между истинными давлениями в фазах и эффективными давлениями в скелете

$$p_{ef,s} = \alpha_s(p_s - p_f), \quad p_{ef,s} = -\frac{1}{3}\sigma_{ef,s}^{mm}, \quad p_{ef,h} = \alpha_h(p_h - p_f), \quad p_{ef,h} = -\frac{1}{3}\sigma_{ef,h}^{mm}$$

Предложенная система уравнений при заданных входящих в нее параметрах  $\lambda_{ef,s}$ ,  $\mu_{ef,s}$ ,  $\lambda_{ef,h}$ ,  $\mu_{ef,h}$ ,  $\eta_{sm}$ ,  $\eta_{s\mu}$ ,  $\eta_{hm}$ ,  $\eta_{h\mu}$  является замкнутой и позволяет исследовать волновые процессы в гидратосодержащих пористых средах в отсутствие фазовых переходов.

Распространение импульса в пористой среде рассчитывалось численно методом Лакса-Вендроффа.

На Рис.2(a,b,c) показано изменение полного напряжения и порового давления (a,b) при распространении треугольного импульса в пористой среде, насыщенной метаном, для нескольких моментов времени. Расчеты проведены для случаев, когда в пористой среде нет гидрата (a), и когда часть порового пространства занята газогидратом (b). Для гидратосодержащей (b) среды также показано изменение скоростей фаз (c). Объемное содержание газа в обоих случаях равно  $\alpha_f = 0.08$ , во втором случае доля гидрата в порах равна 0.8,  $\alpha_s = 0.6$ ,  $\alpha_h = 0.32$ . Материал скелета - кварц, параметры фаз и пористой среды следующие:  $p_0 = 5$  МПа,  $T_0 = -10^\circ C = 263K$ ,  $\rho_f^\circ = 34.36$  кг/м<sup>3</sup>,  $K_f = 6.55$  ГПа,  $\mu_f = 0.011$  мПа·с,  $\rho_s^\circ = 2760$  кг/м<sup>3</sup>,  $K_s = 36.6$  ГПа,  $\rho_h^\circ = 910$  кг/м<sup>3</sup>,  $K_h = 6.41$  ГПа,  $a_{s*} = 0.1$  мм,  $\eta_{sm} = 1$ ,  $\eta_{s\mu} = 100$ ,  $\lambda_{ef,s} = \mu_{ef,s} = 0.5$  ГПа,  $a_{h*} = 0.05$  мм,  $\eta_{hm} = 1$ ,  $\eta_{h\mu} = 100$ ,  $\lambda_{ef,h} = \mu_{ef,h} = 0.1$  ГПа. Начальный импульс треугольной формы, имеющий безразмерную амплитуду 0.1 и протяженность 0.4 м, задается в газе перед входом в пористую среду. При прохождении импульса из газа в пористую среду формируются две волны – быстрая и медленная. Амплитуды порового давления быстрой и медленной волн в гидратосодержащей пористой (b) среде выше, чем амплитуды этих волн в газонасыщенной пористой среде (a). В гидратосодержащей пористой среде (b) скорость быстрой волны меньше, чем в пористой среде без гидрата (a). Затухание и расплывание медленной волны происходит сильнее в газонасыщенной пористой среде (a). Заметим, что в быстрой волне скорости газа и гидрата  $v_f$ ,  $v_h$  почти равны друг другу, и существенно превосходят скорость

частиц скелета  $v_s$  (Рис.2, с). В медленной волне  $v_f, v_h$  имеют разный профиль. При падении исходной волны на границе  $x = 0$  происходит формирование прошедших и отраженной волн. Заметим, что амплитуды скоростей  $v_f, v_s, v_h$  прошедших волн значительно меньше амплитуд скоростей падающей и отраженной волн.

На Рис.3 показано прохождение импульса в пористой среде, содержащей участок, частично заполненный газогидратом. Расположение зоны, содержащей газогидрат, приведено на схеме. Пористость составляет 0.4, при этом часть порового пространства при  $100 \text{ см} < x < 400 \text{ см}$  заполнена гидратом, гидратонасыщенность равна 0.8. Остальные параметры фаз и пористой среды, амплитуда и протяженность импульса те же, что и на предыдущем рисунке. На графиках видны волны, прошедшие и отраженные от границ участка, содержащего газогидрат.

### **Заключение**

Предложена система уравнений движения пористой среды, содержащей гидрат. В предложенной модели гидрат рассматривается как отдельная фаза, со своей скоростью и напряжением. Данная система уравнений позволяет исследовать волновые процессы в гидратосодержащих пористых средах в отсутствие фазовых переходов.

Численно исследовано прохождение и отражение волн в газонасыщенной пористой среде, содержащей участок, частично заполненный газогидратом.

Установлено, что в частично заполненной гидратом пористой среде акустический импульс распространяется без искажения, с некоторым затуханием. При увеличении доли гидрата в порах увеличивается акустическое сопротивление пористой среды.

## **Список литературы**

- [1] Тохиди и др., Газогидратные исследования в университете Хериотт-Ватт (Эдинбург), Рос. Хим. Ж., 2003, Т.XLVII, No.3, с.49-58
- [2] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336с.
- [3] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464с.

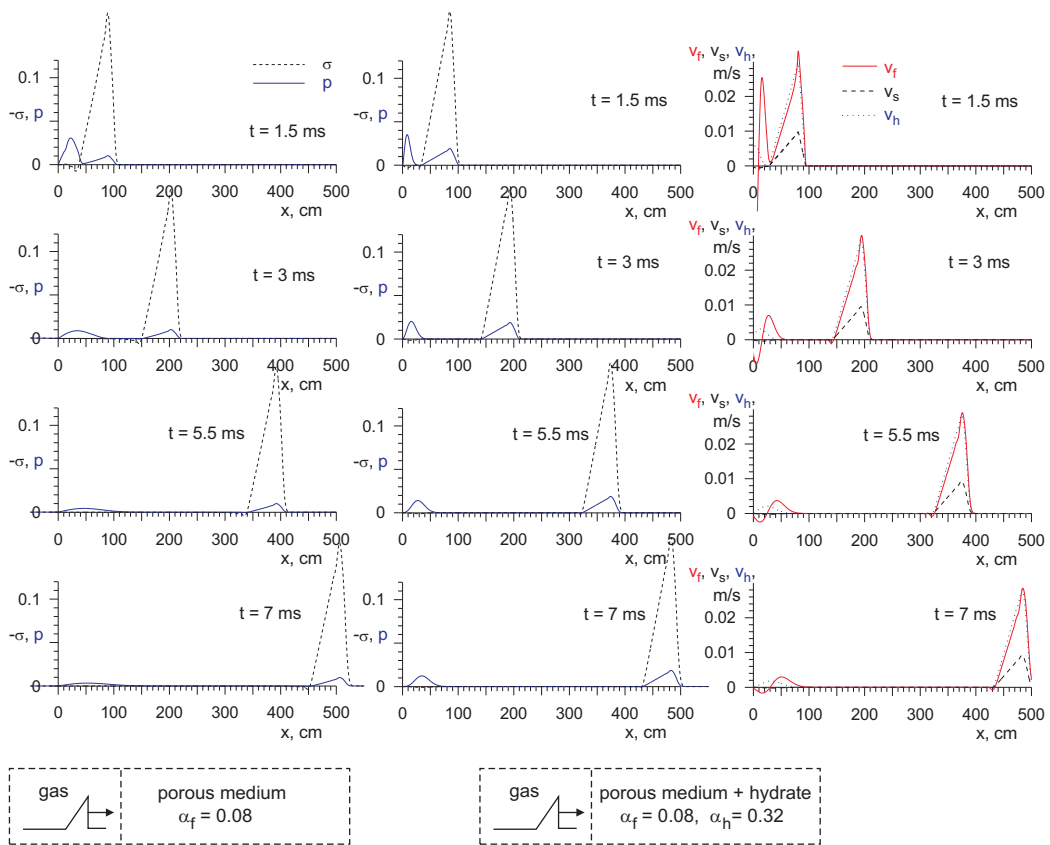


Рис. 2: Распространение импульса в пористой среде, насыщенной метаном (а) и метаном + гидратом (b, c)

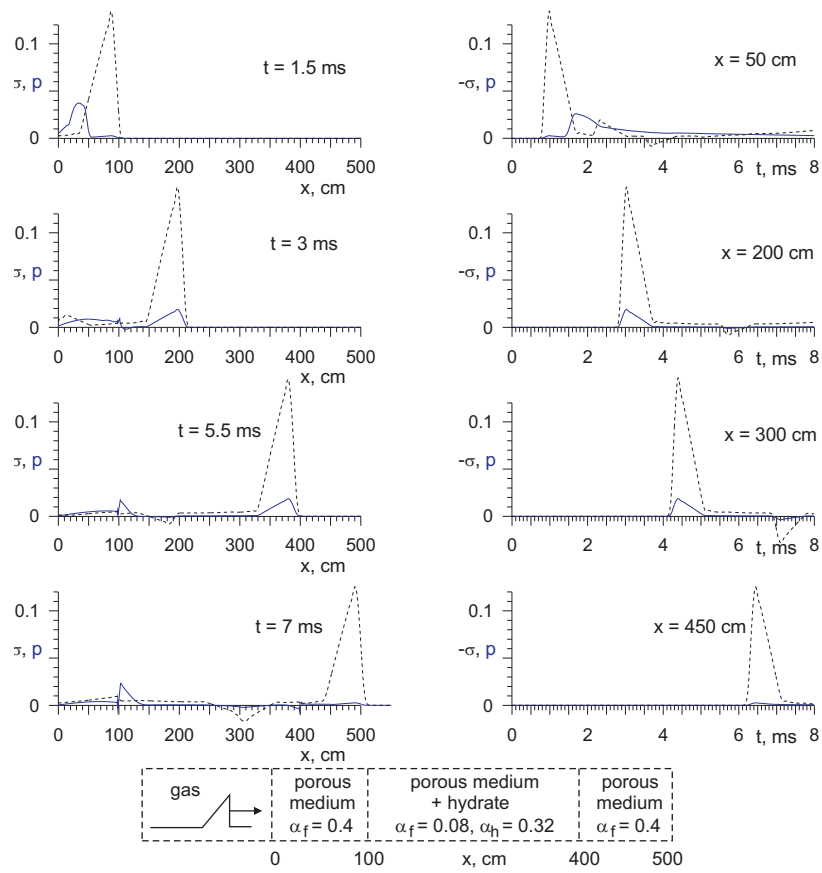


Рис. 3: Распространение импульса в пористой среде, насыщенной метаном и содержащей участок, частично заполненный газогидратом